

BIOMETRIA

TEST T

1. Wykład wstępny
2. Populacje i próby danych
3. Testowanie hipotez
4. Estymacja parametrów
5. Test t
 - Zakres stosowalności
 - Dla pojedynczej próby
 - Dla dwu niezależnych prób
 - Dla dwu sparowanych prób
6. Inne testy służące do porównania średnich dwu prób
7. Test χ^2 -kwadrat
8. Test F
9. Analiza wariancji

ZAKRES STOSOWALNOŚCI TESTU T

1. Test parametryczny
2. Dane ciągłe
3. Wartości w próbie danych – rozkład normalny
4. Porównywane próby danych – podobne wariancje

1

POJEDYNCZA PRÓBA

TEST T – POJEDYNCZA PRÓBA

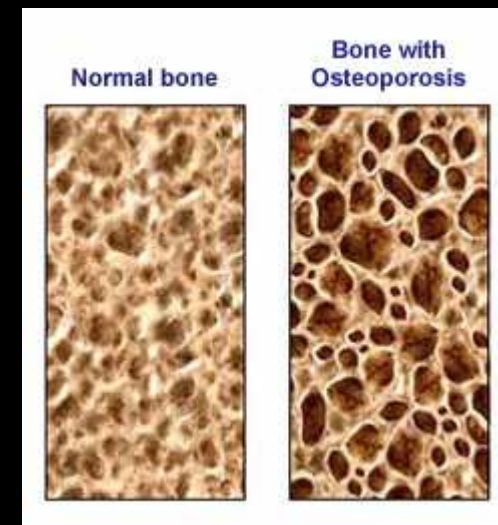
PRÓBA DANYCH

BMD	SEX
0.97	1
0.73	1
0.87	1
0.94	1
1.02	1
0.76	1
0.78	1
1.01	1
0.82	1
0.76	1
0.87	1
0.72	1
...	
0.91	2
1.02	2
0.87	2

1. Badanie osteoporozy

2. Medical Research Council,
Cambridge

3. Gęstość kości [g/cm^2] 40 zdrowych
osób dorosłych



TEST T – POJEDYNCZA PRÓBA

1. Określenie hipotez H_0 i H_1

H_0 : średnia gęstość kości w populacji wynosi 1.0 g/cm²

H_1 : średnia gęstość kości w populacji różni się od 1.0 g/cm²

$H_0: \mu = 1.0$

$H_1: \mu \neq 1.0$

2. Ustalenie poziomu istotności

$$\alpha_{\text{MAX}} = 0.05$$

3. Wybór i obliczenie wartości testu statystycznego

$$t = \frac{\bar{x} - 1.0}{\sqrt{\hat{\sigma}_{\bar{x}}^2}} = \frac{\bar{x} - 1.0}{\frac{\hat{\sigma}_x}{\sqrt{N}}} = \frac{0.85 - 1.0}{\frac{0.1040}{\sqrt{39}}} = -9.2434$$



TEST T – POJEDYNCZA PRÓBA

4. Określenie rozkładu testu

$$t = \frac{\bar{x} - 1.0}{\sqrt{\hat{\sigma}_{\bar{x}}^2}} = \frac{\bar{x} - 1.0}{\frac{\hat{\sigma}_x}{\sqrt{N}}} \sim t_{N-1}$$

5. Obliczenie wartości α_t

$$\alpha_t = 0.0000000000$$

Excel: przykład 

6. Decyzja

$$\alpha_t < \alpha_{\max}$$

~~H_0~~ H_1

średnia gęstość kości w populacji różni się od 1.0 g/cm²

②

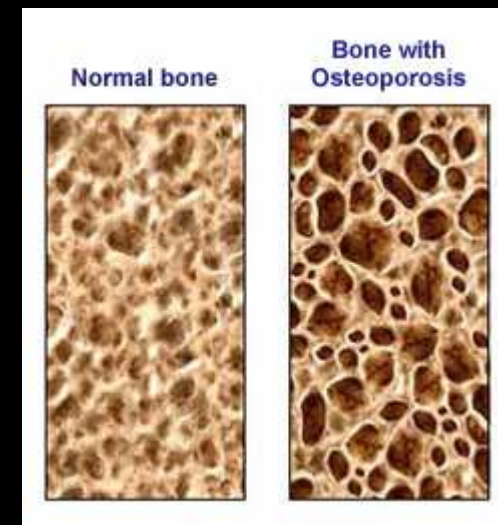
DWIE NIEZALEŻNE PRÓBY

TEST T – DWIE NIEZALEŻNE PRÓBY

PRÓBA DANYCH

BMD	SEX
0.97	1
0.73	1
0.87	1
0.94	1
1.02	1
0.76	1
0.78	1
1.01	1
0.82	1
0.76	1
0.87	1
0.72	1
...	
0.91	2
1.02	2
0.87	2

1. Badanie osteoporozy
2. Medical Research Council, Cambridge
3. Gęstość kości [g/cm^2] 40 zdrowych osób dorosłych
4. Wartości znane dla mężczyzn i kobiet



TEST T – DWIE NIEZALEŻNE PRÓBY

1. Określenie hipotez H_0 i H_1

H_0 : średnia gęstość kości kobiet jest taka sama jak mężczyzn

H_1 : średnia gęstość kości kobiet jest różna niż mężczyzn

$H_0: \mu_K = \mu_M$

$H_1: \mu_K \neq \mu_M$

2. Ustalenie poziomu istotności

$\alpha_{MAX} = 0.05$

3. Wybór i obliczenie wartości testu statystycznego

$$t = \frac{(\bar{x} - \bar{x}_K)^2 N_K + (\bar{x} - \bar{x}_M)^2 N_M}{\sum_{i=1}^{N_K} (x_{iK} - \bar{x}_K)^2 + \sum_{i=1}^{N_M} (x_{iM} - \bar{x}_M)^2} (N_K + N_M - 2)$$

Excel: przykład



TEST T – DWIE NIEZALEŻNE PRÓBY

3. Wybór i obliczenie wartości testu statystycznego

$$t = \frac{(\bar{x} - \bar{x}_K)^2 N_K + (\bar{x} - \bar{x}_M)^2 N_M}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N_K} (x_{iK} - \bar{x}_K)^2 + \sum_{i=1}^{N_M} (x_{iM} - \bar{x}_M)^2}} (N_K + N_M - 2)$$

$$t = \frac{(0.85 - 0.82)^2 20 + (0.85 - 0.88)^2 20}{\sqrt{0.2335 + 0.1461}} (20 + 20 - 2) = 2.0566$$

TEST T – DWIE NIEZALEŻNE PRÓBY

4. Określenie rozkładu testu

$$t = \frac{(\bar{x} - \bar{x}_K)^2 N_K + (\bar{x} - \bar{x}_M)^2 N_M}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N_K} (x_{iK} - \bar{x}_K)^2 + \sum_{i=1}^{N_M} (x_{iM} - \bar{x}_M)^2}} (N_K + N_M - 2) \sim t_{N_K + N_M - 2}$$

5. Obliczenie wartości α_t

$$\alpha_t = 0.0466$$

Excel: przykład



6. Decyzja

$$\alpha_t < \alpha_{\max}$$

~~H_0~~

H_1

średnia gęstość kości u mężczyzn jest większa niż u kobiet

③

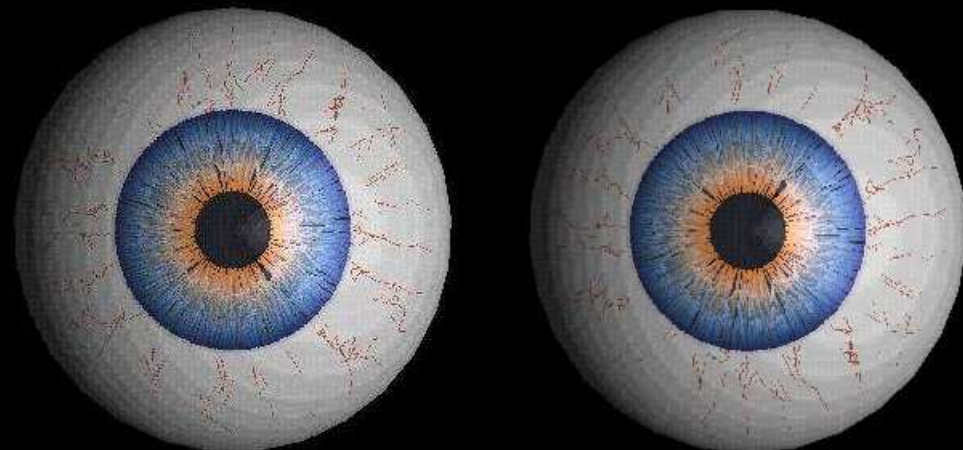
DWIE SPAROWANE PRÓBY

TEST T – DWIE SPAROWANE PRÓBY

PRÓBA DANYCH

Low CCT	High CCT
20.0	14.3
13.9	13.8
18.3	15.8
21.1	33.4
20.1	20.3
24.4	19.9
20.2	14.3
11.6	11.4
28.8	25.1
18.5	24.1

1. Badanie ciśnienia w gałce ocznej
2. Ciśnienie w 2 gałkach tej samej osoby
3. Podział oczu pod względem grubości rogówki (Low CCT i high CCT)



TEST T – DWIE SPAROWANE PRÓBY

1. Określenie hipotez H_0 i H_1

H_0 : ciśnienie w gałce ocznej nie zależy od grubości rogówki

H_1 : ciśnienie w gałce ocznej zależy od grubości rogówki

$H_0: \mu_L = \mu_H$

$H_1: \mu_L \neq \mu_H$

2. Ustalenie poziomu istotności

$$\alpha_{\text{MAX}} = 0.05$$

3. Wybór i obliczenie wartości testu statystycznego

$$t = \frac{\bar{D}\sqrt{N}}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (D_i - \bar{D})^2}{N-1}}}, \quad \bar{D} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_{1i} - x_{2i})}{N}$$

Excel: przykład



TEST T – DWIE SPAROWANE PRÓBY

3. Wybór i obliczenie wartości testu statystycznego

$$\bar{D} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_{1i} - x_{2i})}{N} = \frac{4.5}{10} = 0.45$$

$$t = \frac{\bar{D}\sqrt{N}}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (D_i - \bar{D})^2}{N-1}}} = \frac{0.45\sqrt{10}}{\sqrt{\frac{288.21}{10-1}}} = 0.25$$

TEST T – DWIE SPAROWANE PRÓBY

4. Określenie rozkładu testu

$$t = \frac{\bar{D}\sqrt{N}}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (D_i - \bar{D})^2}{N-1}}} \sim t_{N-1}$$

5. Obliczenie wartości α_t

$$\alpha_t = 0.8071$$

Excel: przykład



6. Decyzja

$$\alpha_t > \alpha_{\max}$$

H_0 ~~H_1~~

ciśnienie w gałce ocznej nie zależy od grubości rogówki

BIOMETRIA

TEST T

1. **Pojedyncza próba**
2. **Dwie niezależne próby**
3. **Dwie sparowane próby**